DİJİTAL ELEKTRONİK

VELİ ÇAMAN

2023

ÖNSÖZ

Bu kitap Mesleki ve Teknik Anadolu Lisesinde okutulan "Mikrodenetleyiciler ve Kodlama" dersinin dijital elektronik konularını kapsamaktadır. Öğrencilerin yardımcı kaynak olarak kullanmaları amacıyla hazırlanmış **ücretsiz** bir kaynaktır.

İÇİNDEKİLER

TEMEL MANTIK DEVRELERİ

Temel mantık devreleri, sayı sistemlerini ve mantıksal kapıları içerir.

Dijital devrelerin kararlı çalışması, az yer kaplaması, az güç harcaması, kompleks devrelerin tasarımını kolaylaştırması gibi nedenler dijital elektroniğin hızlı bir yol kat etmesini sağlamıştır. Dijital devreler, günümüzde kullanılan bütün elektronik cihazların hatta günümüzün vazgeçilmezleri hâline gelen mikroişlemcilerin, mikrodenetleyicilerin, gömülü sistemlerin, yapay zekâ gibi gelişmelerin temelini oluşturmuştur Temel mantık devreleri, sayı sistemlerini ve mantıksal kapıları içerir.

Lojik (Mantık): Öne sürülen düşüncelere göre karar vermeye lojik denir.

Dijital (Sayısal) Sinyal: Yalnızca iki değer alabilen (var-yok, kapalı-açık, evet-hayır low-high vb.) sinyallerdir.

Lojik 1 ve lojik 0 değerleri vardır. Lojik 0, 0 V veya GND'yi ifade ederken lojik 1 +5 V'u ifade eder.

1.SAYI SİSTEMLERİ

1.1 Sayılar

Dijital (sayısal) elektronikte dört çeşit sayı sistemi kullanılmaktadır. Bunlar :

-

- İkilik (binary) sayı sistemi
- Onlu (desimal) sayı sistemi
- Sekizli (oktal) sayı sistemi
- On altılı (hexadesimal) sayı sistemi'dir.

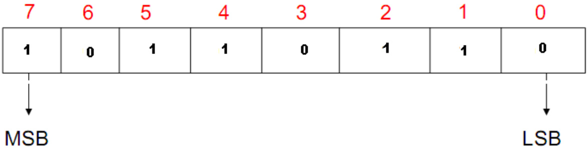
➢ Onluk (Desimal, 10 Tabanlı) Sayı Sistemi

Günlük hayatta kullanılan sayı sistemine onluk sayı sistemi denir. Onluk sayı sisteminde **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9** olmak üzere toplam 10 tane rakam kullanılır. Kullanılan rakamlardan en küçüğü 0'dır. En büyüğü ise taban sayının 1 eksiği olan 9 rakamıdır.

➢ İkilik (Binary, 2 Tabanlı) Sayı Sistemi

Binary sayı sisteminde iki adet sayı bulunur. Bunlar 0 ve 1 dir. Bu yüzden binary sayı sisteminin tabanı 2'dir. (1011)2 şeklinde yazılır. Bu sayı sistemine İngilizce'de ikili sayı anlamına gelen **binary numbers** yani **binary sayı sistemi** denilmiştir.

MSB tarafı en ağırlıklı bit, LSB tarafı en küçük değerlikli bittir.



➢ On altılık (Heksadesimal, 16 Tabanlı) Sayı Sistemi

Onaltılık sayı sistemi, onluk sayı ve alfabedeki harflerle ifade edilen sayı sistemidir. Onluk sayılardaki **0,1,2,3,4,5,6,7,8,9** sayılarını kullanır. **10,11,12,13,14,15** sayıları çift rakamlı olduğu için kullanılmaz. Bunların yerlerine alfabedeki **A,B,C,D,E,F** harfleri ile sembolize edilir. Tabanı 16' dır.

➢ Sekizlik (Octal, 8 Tabanlı) Sayı Sistemi

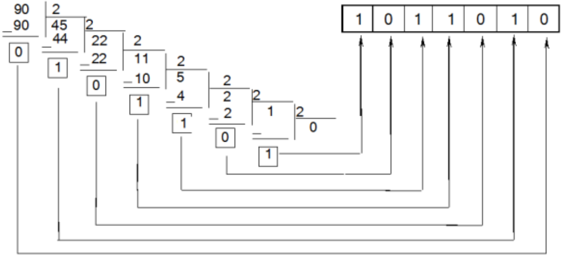
Oktal sayı sisteminde 8 adet rakam bulunmaktadır. Bunlar **0 1 2 3 4 5 6 7**'dir. Taban sayısı 8'dir.

2. SAYI SİSTEMLERİNİN DÖNÜŞTÜRÜLMESİ

2.1. Desimal (Onluk) Sayının Binary (İkilik) Sayıya Çevrilmesi

Desimal sayı binary sayıya çevrilirken binary sayının tabanı olan 2'ye bölünür. Kalanlar bir kenara yazılarak tersten ikilik sayı olarak yazılır.

Örnek : 90 desimal sayısını binary sayı sistemine çevirelim.



Örnek : Aşağıda verilen Desimal (Onluk) Sayının Binary (İkilik) Sayı karşılıklarını bulunuz.

a- $(35)_{10} = (?)_2$

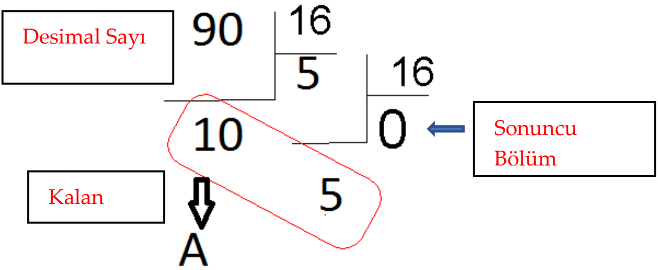
b- $(120)_{10} = (?)_2$

c- $(15)_{10} = (?)_2$

2.2. Desimal (Onluk) Sayının Heksadesimal (Onaltılık) Sayıya Çevrilmesi

Desimal sayı olarak verilen sayı sürekli 16 ‘ ya bölünür kalan 0 oluncaya kadar devam edilir. Bu kalanlar sondan başlanarak yazıldığında heksadesimal sayı elde edilir.

Örnek : $(90)_{10} = (?)_{16}$



$(90)_{10} = (5A)_{16}$

2.3. Binary (İkilik) Sayının Desimal (Onluk) Sayıya Çevrilmesi

İkilik sayıların onluk sayı sistemindeki değerini bulabilmek için basamaklar sağdan sola doğru 2'nin kuvveti ile **(2^0, 2^1, 2^2, 2^3, 2^4 -----)** çarpılır. Çarpım sonucu bulunan değerler toplanarak ikilik sayının onluk karşılığı elde edilir.

Örnek : (1011010) $_2$ = (?) $_{10}$

$(1011011)_2 = 1.2^6 + 0.2^5 + 1.2^4 + 1.2^3 + 0.2^2 + 1.2^1 + 1.2^0$

$= 1.64 + 0.32 + 1.16 + 1.8 + 0. 4 + 1.2 + 1.0$

$=64 +0 + 16 + 8 + 0+ 2 + 0 = (90)_{10}$

Örnek : (1011) $_2$ = (?) $_{10}$

$(1011)_2 = 1.2^3 +0.2^2 +1.2^1 + 1.2^0$

$= 1.8 + 0.4+ 1.2+ 1.1 =$

$= 8 + 0 + 2 + 1= (11)_{10}$

Örnek : Aşağıda verilen Binary (İkilik) Sayının Desimal (Onluk) Sayı karşılıklarını bulunuz.

a- $(11011)_2 = (?)_{10}$

b- $(10011)_2 = (?)_{10}$

c- $(111100)_2 = (?)_{10}$

2.4. Binary (İkilik) Sayının Octal (Sekizlik) Sayıya Çevrilmesi

Binary rakamlar öncelikle binary noktadan sola doğru üçlü gruplara bölünür ve bu grupların her biri ayrı olarak ikilik sayıdan onluk sayıya dönüştürülür. Elde edilen sonuçlar bulundukları basamaklara yazılır. Gruplar oluşturulurken son grup eğer üç basamaklı değil ise başına sıfır konularak tamamlanır.

Örnek: $(111101011)_2 = (?)_8$

Binary	(111	101	011	$)_2$
	⇓	⇓	⇓	
Oktal	(7	5	3	$)_8$

2.5. Binary (İkilik) Sayının Heksadesimal (Onaltılık) Sayıya Çevrilmesi

Binary rakamlar öncelikle binary noktadan sola doğru dörtl ü gruplara bölünür ve bu grupların her biri ayrı olarak ikilik sayıdan onluk sayıya dönüştürülür. Elde edilen sonuçlar bulundukları basamaklara yazılır.

Örnek: $(111101011)_2 = (?)_{16}$

Binary	**(0001**	**1110**	**1011**	**$)_2$**
Heksadesimal	**(1**	**E(15)**	**B(11)**	**$)_{16}$**

Aşağıda 0’ dan 15 ‘ e kadar olan Desimal (Onluk), Binary (İkilik), Octal (Sekizlik) ve Heksadesimal (Onaltılık) sayıların karşılıkları verilmiştir.

Decimal	Binary	Octal	Hexadecimal
0	0000	0	0
1	0001	1	1
2	0010	2	2
3	0011	3	3
4	0100	4	4
5	0101	5	5
6	0110	6	6
7	0111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F

3. SAYI SİSTEMLERİNDE İŞLEMLER

3.1 Binary (İkilik) Sayı sisteminde Toplama

İkilik sayılarla toplama işlemlerinin yapılabilmesi için toplama işlemleri ile ilgili bazı temel kuralların bilinmesi gerekmektedir. Bu kurallar :

1.Kural : 0 + 0 = 0
2.Kural : 1 + 0 = 1
3.Kural : 0 + 1 = 1
4.Kural **:** 1 + 1 = 0 Elde var 1 (elde 1 bir sonraki yani soldaki sütuna taşınır)

Yukarıda açıklanmış olan ilk üç kural, onluk sayı sistemi ile benzerlik göstermektedir. Ancak

$$
\begin{array}{r} 0 \\ +\ 0 \\ \hline 0 \end{array}
\qquad
\begin{array}{r} 0 \\ +\ 1 \\ \hline 1 \end{array}
\qquad
\begin{array}{r} 1 \\ +\ 0 \\ \hline 1 \end{array}
\qquad
\begin{array}{r} 1 \\ +\ 1 \\ \hline 1\ 0 \end{array}
\qquad
\begin{array}{r} 1 \\ 1 \\ +\ 1 \\ \hline 1\ 1 \end{array}
$$

Gelen elde

$0+0=0 \quad 0+1=1 \quad 1+0=1 \quad 1+1=(10)_2 \quad 1+1+1=(11)_2$

Örnekler :

a- $\begin{array}{r} (11)_2 \\ +\ (11)_2 \\ \hline (110)_2 \end{array}$ $\quad \begin{array}{r} 3 \\ +\ 3 \\ \hline 6 \end{array}$

b- $\begin{array}{r} (100)_2 \\ +\ (11)_2 \\ \hline (111)_2 \end{array}$

c- $\begin{array}{r} (111)_2 \\ +\ (11)_2 \\ \hline (1010)_2 \end{array}$

d- $\begin{array}{r} (0110)_2 \\ +\ (1111)_2 \\ \hline (10101)_2 \end{array}$

Aşağıda verilen toplama işlemlerini gerçekleştirin.

a- $\begin{array}{r} (101)_2 \\ +\ (11)_2 \\ \hline (\qquad)_2 \end{array}$

b- $\begin{array}{r} (110)_2 \\ +\ (10)_2 \\ \hline (\qquad)_2 \end{array}$

c- $\begin{array}{r} (1111)_2 \\ +\ (111)_2 \\ \hline (\qquad)_2 \end{array}$

d- $\begin{array}{r} (1111)_2 \\ +\ (1111)_2 \\ \hline (\qquad)_2 \end{array}$

c- $\begin{array}{r} (10111)_2 \\ (1101)_2 \\ +\ (101)_2 \\ \hline (\qquad)_2 \end{array}$

3.2. Binary (İkilik) Sayı sisteminde Çıkarma

İkili (binary) sayılarla çıkarma işlemlerinin yapılabilmesi için çıkarma işlemleri ile ilgili bazı temel kuralların bilinmesi gerekmektedir. Bu kurallar :

1.Kural : 0 - 0 = 0
2.Kural : 1 - 0 = 1
3.Kural : 0 - 1 = 1
4.Kural : 1 - 1 = 0 olarak ifade edilebilir.

3. kuraldaki 0 - 1 işlemi desimal sayı işlemlerindeki kurallara ters düşmektedir. Ancak ikili sayı işlemlerinde bu işlem yapılırken soldaki en yakın sütundan "1" borç alma işlemi uygulanır. Bu ifadeyi bir örnekle açıklayalım. 0 -1 = 1 burada sıfırdan bir çıkmayacağına göre, soldaki en yakın sütundan "1" borç alınır. 10 ' ın karşılığı 2 olduğuna göre 2-1 =1 olarak yazılabilir.

Örnekler :

$$\text{a-}\ \begin{array}{r} (11)_2 \\ -\ (10)_2 \\ \hline (01)_2 \end{array} \qquad \text{b-}\ \begin{array}{r} (100)_2 \\ -\ (011)_2 \\ \hline (001)_2 \end{array} \qquad \text{c-}\ \begin{array}{r} (101)_2 \\ -\ (011)_2 \\ \hline (010)_2 \end{array} \qquad \text{d-}\ \begin{array}{r} (1010)_2 \\ -\ (0011)_2 \\ \hline (0111)_2 \end{array}$$

Aşağıda verilen toplama işlemlerini gerçekleştirin.

$$\text{a-}\ \begin{array}{r} (111)_2 \\ -\ (011)_2 \\ \hline (\qquad)_2 \end{array} \qquad \text{b-}\ \begin{array}{r} (110)_2 \\ -\ (10)_2 \\ \hline (\qquad)_2 \end{array} \qquad \text{c-}\ \begin{array}{r} (1111)_2 \\ -\ (0111)_2 \\ \hline (\qquad)_2 \end{array} \qquad \text{d-}\ \begin{array}{r} (1011)_2 \\ +\ (1001)_2 \\ \hline (\qquad)_2 \end{array}$$

4. LOJİK ENTEGRELER

TTL (Transistor-Transistor Logic) ve CMOS (Complementary Metal-Oxide-Semiconductor) mantıksal entegreler, dijital mantık devrelerinde yaygın olarak kullanılan iki farklı mantıksal aileye aittir. Her bir ailenin kendine özgü avantajları ve dezavantajları vardır.

4.1. TTL (Transistor-Transistor Logic)

TTL mantıksal entegreler, yüksek performans ve hızlı tepki süreleri sağlamak için tasarlanmıştır. Ancak güç tüketimi daha yüksektir ve genellikle daha fazla ısı üretirler. TTL, mantıksal seviyeleri düşük (0V) ve yüksek (yaklaşık 5V) olarak temsil eder. Bu nedenle TTL entegreler, daha yüksek enerji tüketimi nedeniyle pil destekli veya düşük güç uygulamalarında tercih edilmeyebilir.

En çok kullanılan lojik entegredir. TTL türü IC 'ler 74XX serisi ile belirtilirler. Buradaki XX, 2 harfi göstermektedir ve geride kalan 00 da numaraları temsil eder. Mesela 74LS00 ya da 74HC00 vb. Diğer tip bir ailede de ortadaki harfler bulunmaz, mesela 7400vb. 74 Serisi entegreler TTL türü entegrelerdir.

TTL (transistor-transistor logic) entegreler şu alt gruplara ayrılır:

Standard TTL (74XXX ailesi): En eski, yavaş ve güç kayıpları çok fazla.
Düşük güçlü (low power) TTL (74LXXX ailesi): Daha az güç kayıpları.
Schottky (şotki) TTL (74SXXX ailesi): Hızlı fakat güç kayıpları fazla.
Düşük güçlü (low power schottky) TTL(74LSXXX ailesi): Hızlı ve düşük güçkayıplarına sahip.
Advanced LS TTL (74ALSXXX): Hız-güç kayıpları oranı çok iyi
FAST TTL (74FXXX): Hız ve güç kayıpları açısından en iyi TTL entegresi.

4.2. CMOS (Complementary Metal Oxide Semiconductor-Tamamlayıcı MetalOksit Yarı İletken - 40XX)

CMOS mantıksal entegreler, daha düşük güç tüketimi sağlamak için tasarlanmıştır. Bu nedenle pillerle çalışan taşınabilir cihazlar ve düşük güç uygulamaları için tercih edilirler. CMOS entegrelerde mantıksal seviyeler yüksek (yaklaşık güç beslemesi gerilimi) ve düşük (yaklaşık 0V) olarak temsil edilir. CMOS mantıksal entegreler, TTL mantıksal entegrelere göre daha az güç tüketir, ancak tipik olarak daha yavaş tepki sürelerine sahiptir.

TTL ve CMOS entegreler arasındaki seçim, uygulamanın gereksinimlerine bağlıdır. Hız ve performans öncelikliyse TTL tercih edilebilirken, düşük güç tüketimi ve enerji verimliliği ön plandaysa CMOS daha iyi bir seçenek olabilir. Günümüzde hem TTL hem de CMOS mantıksal entegreler yaygın olarak kullanılmaktadır ve her birinin avantajları farklı uygulama senaryolarına hitap eder.

CMOS entegreler 40 serisi ile belirtilir. 4 'den sonraki rakamlar IC 'nin fonksiyonunu yani ne tür lojik kapı kullanılacağını gösterir. Entegre üzerindeki B harfi geliştirilmiş korumadüzeni olduğunu gösterir. B kodlu CMOS'lar endüstriyel uygulamalar için çok uygundur. Fet-Mosfet mantığına göre dizayn edilmişlerdir. TTL entegresinin daha gelişmiş şeklidir. Ancak çalışma hızları (yayılım hızları) oldukça yavaştır. TTL ve ECL ye göre CMOS ideal bir mantık entegresidir. Oldukça geniş bir besleme aralığında çalışır. (3 - 18V).Çalışırken çok küçük güç kullanır.

CMOS'ların Başlıca özellikleri şunlardır;

- İsimleri 40 veya 140 harfleri ile başlar (4013,4001,14017 vb.) .
- CMOS çıkışları TTL entegrelerle kontrol edilmez.
- CMOS entegrelerin girişleri statik yüklere karşı

duyarlıdır.

- 3V...18V arasındaki besleme geriliminde çalışabilir.
- Güç harcamaları TTL' e göre daha azdır.
- Yayılım gecikme süreleri TTL'e oranla fazladır.

TTL ve CMOS entegrelerinin karşılaştırılması

	TTL	CMOS
Besleme voltajı	5V DC	3 V -18 V DC
Gerekli akım	Miliamper	Mikroamper
Giriş empedansı	Düşük	Çok yüksek
Anahtarlama hızı	Hızlı	Yavaş
Çıkış kapasitesi	10	50
Güç harcaması	20 mW	2 mW
Tetikleme palsi	50MHz	25 MHz
Besleme toleransı	%20	%50

İncelediğimiz parametrelere göre ideal bir entegrenin özelliklerini şu şekildesayabiliriz:

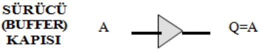
- Hızlı çalışmalı.
- Güç harcaması minimum olmalı.
- Ekonomik olmalı.
- Isı değişmelerinden etkilenmemeli.
- İyi gürültü başlığı olmalı.
- Hata miktarı "O" olmalı.

5. LOJİK KAPILAR

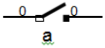
Lojik devrelerin en basit ve temel elemanı lojik kapılardır (logic gates). Lojik değişkenlerin değerlerini (gerilimleri) giriş olarak kullanan, girişten aldığı değerler üzerinde işlemler yaparak lojik eşitliğin değerine uygun değerler (gerilim) üreten elektronik devre, 'lojik kapı' olarak isimlendirilir. Temel olarak beş farklı yapıda bulunan kapılar, basit bir sayısal elektronik devreden bilgisayara kadar cihazların temel yapı taşıdır. Flip-Flop, kaydedici, sayıcı, vb. lojik devreleri oluşturmakta kullanılan kapılar; direnç, diyot, transistör, FET, MOSFET, vb elektronik devre elemanları kullanılarak yapılırlar

5.1. TAMPON Kapısı (BUFFER Gate)

Tampon kapısının bir girişi ve bir çıkışı bunmaktadır. Esasında tapman bir kapı grubuna girmemektedir. Bu devre elektronik katlar veya kullanılan diğer kapılar arasında empedans uygunluğu sağlar. Kullanılan devrelerde bir katın çıkış empedansı diğer katın giriş empedansına eşit olmaz ise katlar arasında bulunan bu uyumsuzluk enerji kayıplarına neden olmaktadır. Tampon katı ile empedans uygunsuzluğundan oluşan kayıplar önlenmiş olur.



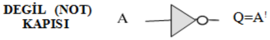
A	Q
0	0
1	1



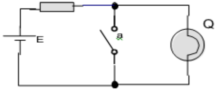
a- Sembol b- Doğruluk Tablosu c- Elektriksel Eşdeğer

5.2. DEĞİL Kapısı (NOT Gate)

DEĞİL kapısının bir girişi ve bir çıkışı vardır. Değil (NOT) kapısı girişine uygulanan lojik bilgiyi çıkışına tersini alarak aktaran kapıdır. Bir başka ifade ile girişine lojik 1uygulanırsa çıkışta lojik 0, girişte lojik 0 uygulanırsa çıkışta lojik 1 veren kapıdır.



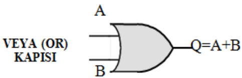
A	Q
0	1
1	0



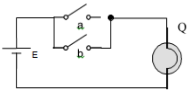
a- Sembol b- Doğruluk Tablosu c- Elektriksel Eşdeğer

5.3. VEYA Kapısı (OR Gate)

VEYA (OR) işlemine tabi tutulan A ve B değişkenleri, görülen doğruluk tablosu Q çıkışındaki işlemleri gerçekleştirir. 'VEYA' işleminin normal toplama işleminden farkı; iki değişkenli sistemde her herhangi bir girişin '1' olması durumunda çıkışın Q==1 olmasıdır.



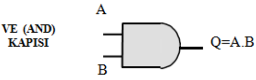
A	B	Q
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



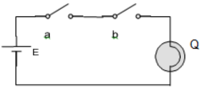
a- Sembol b- Doğruluk Tablosu c- Elektriksel Eşdeğer

5.4. VE Kapısı (AND Gate)

İki girişli ve kapısı dijital devrelerde çarpma kapısı olarak adlandırılır. Girişlerden her ikisi lojik "1" ise çıkış lojik "1" olur.



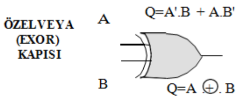
A	B	Q
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



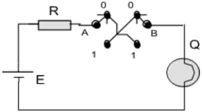
a- Sembol b- Doğruluk Tablosu c- Elektriksel Eşdeğer

5.5. ÖZEL VEYA Kapısı (EXOR Gate)

ÖZEL VEYA kapısının girişleri faklı ise çıkış lojik "1" dir. Girişleri aynı ise çıkış lojik "0" dır.



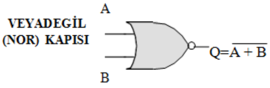
A	B	Q
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0



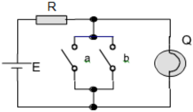
a- Sembol b- Doğruluk Tablosu c- Elektriksel Eşdeğer

5.6. VEYA DEĞİL Kapısı (NOR Gate)

VEYA DEĞİL kapısı VEYA kapısının tersi işlem yapar. Sadece her iki giriş lojik "0" ise çıkış olur.



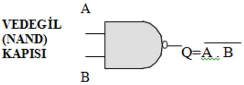
A	B	Q
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0



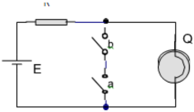
a- Sembol b- Doğruluk Tablosu c- Elektriksel Eşdeğer

5.7. VE DEĞİL Kapısı (NAND Gate)

VE DEĞİL kapısı VE kapısının tersi işlem yapar. Sadece her iki giriş lojik "1" ise çıkış olmaz. Diğer durumlarda çıkış olur.



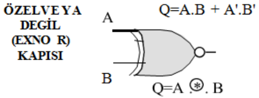
A	B	Q
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0



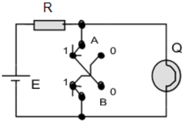
a- Sembol b- Doğruluk Tablosu c- Elektriksel Eşdeğer

1.5.8. ÖZEL VEYA DEĞİL Kapısı (EXNOR Gate)

ÖZEL VEYA DEĞİL kapısında girişler aynı ise çıkış olur. Diğer durumlarda çıkış olmaz.



A	B	Q
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1



a- Sembol b- Doğruluk Tablosu c- Elektriksel Eşdeğer

6. BOOLEAN MATEMATİĞİ

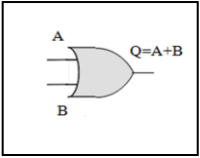
Boolean matematiğinde kullanılan değişkenler veya fonksiyonlar büyük harfler kullanılarak gösterilmiştir. Sayısal olarak bir değişken veya fonksiyon iki değer alabilir. Bu değerler 1 veya 0 olacaktır. Değişkenlerin veya fonksiyonların aldığı bu değerler sayısal devrelerde eğer "1" ise YÜKSEK gerilim seviyesi , "0" ise ALÇAK gerilim seviyesini gösterecektir.

Değil veya tümleyen (komplement), boolean matematiğinde değişkenin üzerine çizilen bir çizgi ile gösterilir. Örneğin
ifadesi "A' nın değili veya A'nın komplementi" şeklinde okunur. Eğer A=1 ise $\overline{A}$=0 , A=0 ise $\overline{A}$ =1 olur. Tümleyen (komplement) veya değil için **A'** şeklinde yazım kullanılabilir.

6.1. Boolean Toplama

Boolean toplama VEYA işlemine eşittir. VEYA işleminde A ve B gibi iki boolean değişkeni vardır. (A+B) şeklinde yazılır.

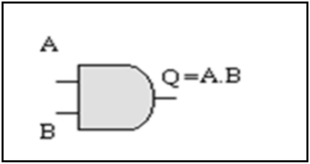
0+0=0
0+1=1
1+0=1
1+1=1



6.2. Boolean Çarpma

Boolen çarpma işlemi ise VE fonksiyonu ile ifade edilir. Boolean çarpma işlemine ilişkin temel kurallar aşağıda verilmiştir. Ve işleminde iki boolean değişkeni vardır. A ve B girişleri çıkışı, (A.B) şeklinde yazılır.

0 . 0 = 0
0 . 1 = 0
1 . 0 = 0
1. 1 = 1



6.3. Boolean Yer Değiştirme Kanunu

- **A+B = B+A**
- **A.B = B.A**

6.4. Boolean Birleşme Kanunu

- **(A+B)+C = A+(B+C)**
- **(A.B).C = A.(B.C)**

6.5. Boolean Dağılma Kanunu

- $A.(B+C) = A.B+A.C$
- $A+(B.C) = (A+B).(A+C)$

6.6. Boolean Matematiği Kuralları

1. $A + 0 = A$	**7.** $A \cdot A = A$
2. $A + 1 = 1$	**8.** $A \cdot \overline{A} = 0$
3. $A \cdot 0 = 0$	**9.** $\overline{\overline{A}} = A$
4. $A \cdot 1 = A$	**10.** $A + AB = A$
5. $A + A = A$	**11.** $A + \overline{A}B = A + B$
6. $A + \overline{A} = 1$	**12.** $(A + B)(A + C) = A + BC$

6.7. De Morgan Teoremleri

De Morgan teoremleri Boolean matematiğinin çok önemli teoremleridir.

$(\overline{A+B}) =$ **(Teorem -1)** $\overline{A}.\overline{B}$

$(\overline{A\,.\,B}) = \overline{A}+\overline{B}$ **(Teorem-2)**

Örnek : A.(A.B+C) işlemini sadeleştiriniz.

= A.A.B + A.C (A.A=A)
= A.B + A.C (A parantezine alınırsa)
= A.(B+C) olur.

Örnek : $Y= AB + A(B + C) + B(B + C)$ fonksiyonunu Boolean kanunlarını kullanaraken basit hâle getiriniz.

$Y=AB + A(B + C) + B(B + C)$
$= AB + AB + AC + BB + BC$ **(BB=B) kanunu uygula**nırsa
$=AB + AB + AC + B + BC$ **(AB+AB=AB) kanunu uygulanırsa**
$=AB + AC + B + BC$ **B çarpan parantezine alınırsa**
$=AB + AC + B(1+ C)$ **(1+A = 1) kuralından**
$=AB + AC + B \bullet 1$ **Birinci ve üçüncü terim B ortak parantezine alınırsa**
$=AC + B(A + 1)$ **(1+A = 1) kanun uygulanırsa**
$=AC + B . 1$
=AC+B şeklinde olur

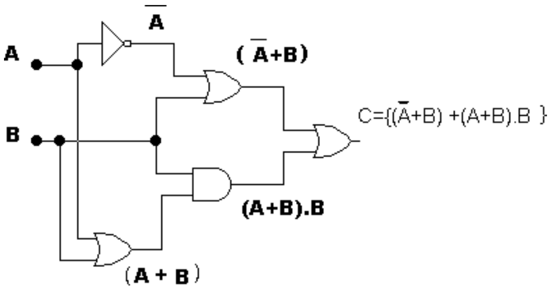
Örnek : $Y = A (AB + C)$ ifadesini sadeleştiriniz.

Çözüm : $A . (AB + C) = AAB + AC$
$= AAB + AC = AB + AC$
$= AB + AC = A (B + C)$

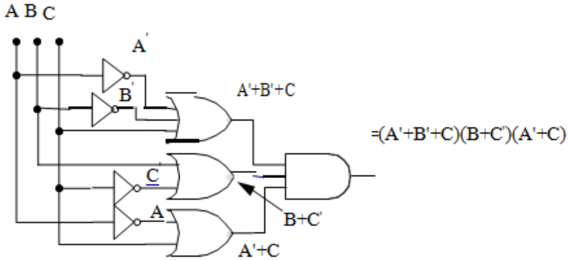
7. SAYISAL DEVRE TASARIMI

7.1. Boolean İfadesinden Sayısal Devrelerin Çizilmesi

Örnek : C= {(A+B) + (A +B).B} ifadesini lojik kapıları kullanarak çiziniz.



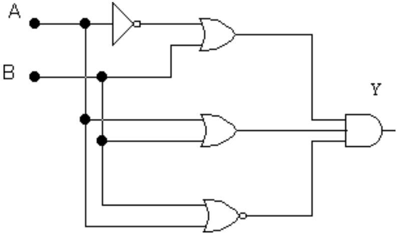
Örnek : C = (A'+B'+C).(B+C').(A'+C) ifadesini lojik kapıları kullanarak çiziniz.



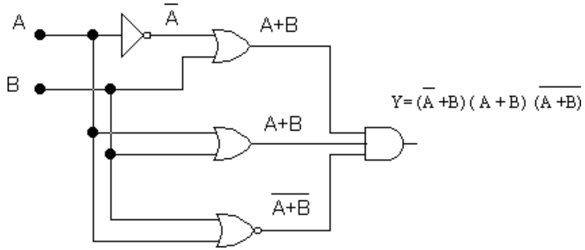
Örnek : C =AB'C+A'BC+BC'+ABC ifadesini lojik kapıları kullanarak çiziniz.

7.2. Sayısal (Lojik) Devreden Boolean İfadenin Elde Edilmesi

Örnek: Aşağıdaki verilen sayısal devrenin çıkışına ait Boolean ifadesini bulunuz.



Çözüm: Her bir kapının girişine ve çıkışına ait ifadesi yazılarak çıkış ifadesi elde edilir.



8. KARNAUGH HARİTASI İLE SADELEŞTİRME

Boolean matematiğinde yapılamayan sadeleştirmeleri karno haritası ile daha kolay ve daha güvenilir yapmak mümkündür. Karno haritası, sadeleştirme ve dijital devre tasarımında kullanılmaktadır. Değişken sayısına göre karno haritası düzenlenir. Örneğin 2 değişken (A B), 5 değişken (A B C D E) vb. Karno haritası en fazla 6 değişkenli eşitlikleri sadeleştirmede kullanılır.

8.1. Karnaugh Haritası Kuralları

- Karno haritasında kaç kutu olacağını 2^n (2 üzeri n) formülü ile bulabilirsiniz. N değişken adedini belirtir.
- Gruplama yaparken sadece "1" ler dikkate alınır.
- Boş olan yerler "0" demektirve buraların gruplama yaparken önemi yoktur.
- Karno haritalarında hedef en çok "1" i gruplamaktır.

Hiçbir “1” açıkta kalmamalıdır.

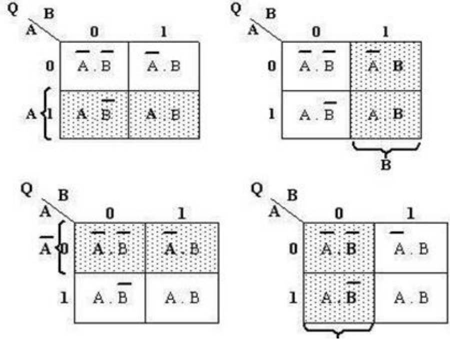
- Gruplar 1, 2, 4, 8, 16 gibi iki ve ikinin üs katları şeklinde olmalıdır.
- Karno haritaları üzerinde çapraz gruplama yapılamaz. Gruplar yan yana ya da alt alta olmalıdır

8.2. İki Değişkenli Karnaugh Haritası

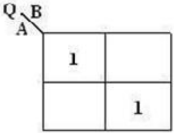
İki değişkenli Karnaugh Haritasında kutu sayısı $2^n=2^2=4$ tür.

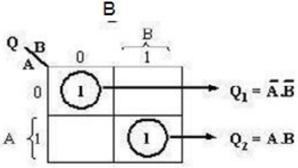
Q — A \ B	0	1
0	$\bar{A}.\bar{B}$	$\bar{A}.B$
1	$A.\bar{B}$	$A.B$

Q — A \ B	0	1
0	0	1
1	2	3

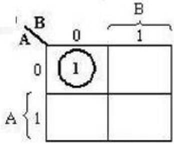

Q
B
A
0
1
Ā . B̄
Ā . B
A . B̄
A . B
A
B
Ā

Örnekler :

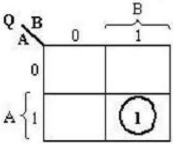




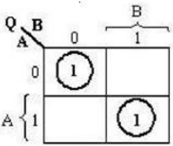
$O = \bar{A}.\bar{B} + A.B$



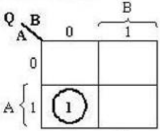
$Q = \bar{A}\,.\,\bar{B}$



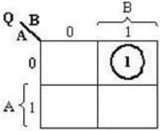
$Q = A\,.\,B$



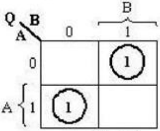
$Q = \bar{A}\,.\,\bar{B} + A\,.\,B$



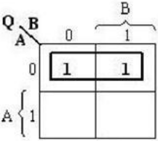
$Q = A.\overline{B}$



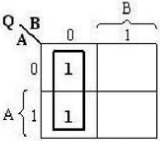
$Q = \overline{A}.B$



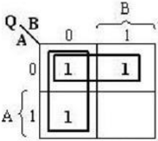
$Q = A.\overline{B} + \overline{A}.B$



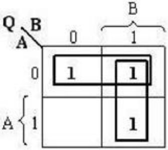
$Q = \overline{A}$



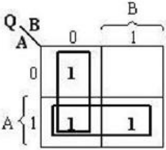
$Q = \overline{B}$



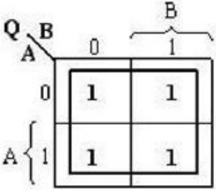
$Q = \overline{A} + \overline{B}$



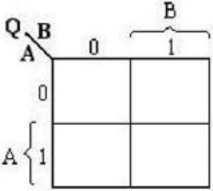
$Q = \overline{A} + B$



$Q = A + \overline{B}$



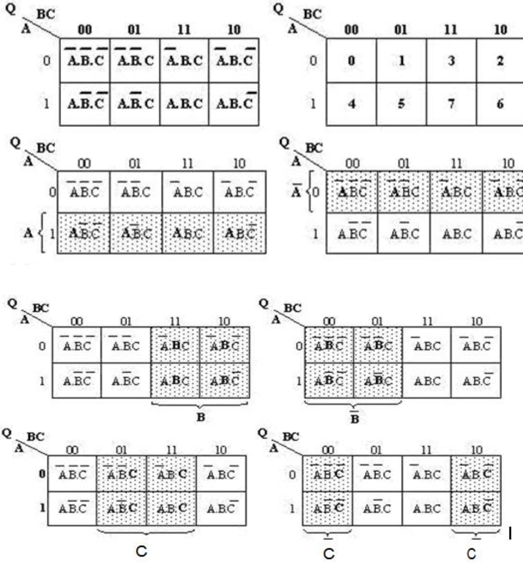
Q=1



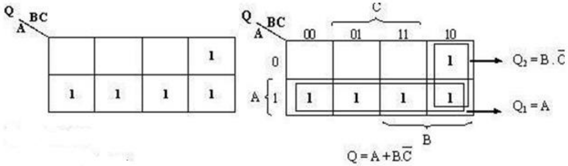
Q=0

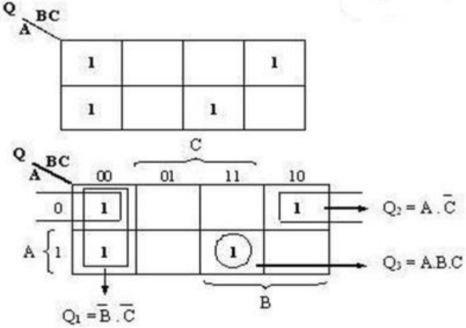
8.3. Üç Değişkenli Karnaugh Haritası

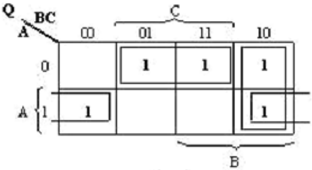
Üç değişkenli Karnaugh Haritasında kutu sayısı $2^n=2^3=8$ tür.



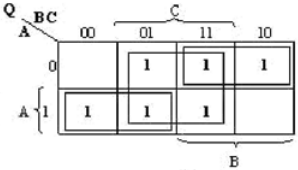
Örnekler :


Q BC A
1
1 1 1 1
Q BC A
C
00 01 11 10
0
A 1
Q₂ = B . C̄
Q₁ = A
B
Q = A + B.C̄

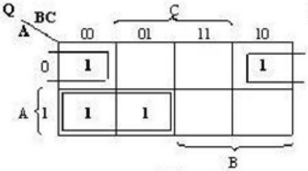

Q BC A
1 1
1 1
Q BC A
C
00 01 11 10
0
A 1
Q₂ = A . C̄
Q₃ = A.B.C
B
Q₁ = B̄ . C̄



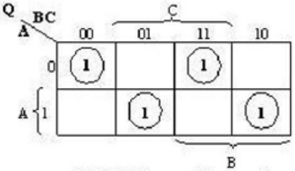
$$Q = A.\bar{C} + \bar{A}.C + B.\bar{C}$$



$$Q = A\bar{B} + \bar{A}.B + C$$



$$Q = \bar{A}\bar{C} + A.\bar{B}$$



$$Q = \bar{A}.\bar{B}.\bar{C} + \bar{A}.B.C + A.\bar{B}.C + A.B.\bar{C}$$

8.4.Dört Değişkenli Karnaugh Haritası

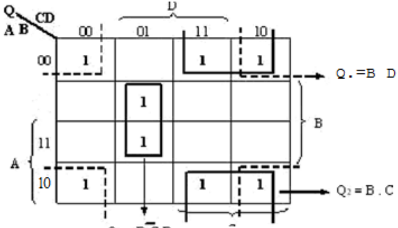
Dört değişkenli Karnaugh Haritasında kutu sayısı $2^n=2^4=16$ dır.

Q AB \ CD	00	01	11	10
00	$\bar{A}.\bar{B}.\bar{C}.\bar{D}$	$\bar{A}.\bar{B}.\bar{C}.D$	$\bar{A}.\bar{B}.C.D$	$\bar{A}.\bar{B}.C.\bar{D}$
01	$\bar{A}.B.\bar{C}.\bar{D}$	$\bar{A}.B.\bar{C}.D$	$\bar{A}.B.C.D$	$\bar{A}.B.C.\bar{D}$
11	$A.B.\bar{C}.\bar{D}$	$A.B.\bar{C}.D$	$A.B.C.D$	$A.B.C.\bar{D}$
10	$A.\bar{B}.\bar{C}.\bar{D}$	$A.\bar{B}.\bar{C}.D$	$A.\bar{B}.C.D$	$A.\bar{B}.C.\bar{D}$

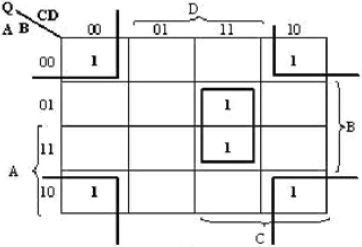
Q AB \ CD	00	01	11	10
00	0	1	3	2
01	4	5	7	6
11	12	13	15	14
10	8	9	11	10

Örnekler :

Q AB \ CD				
	1		1	1
		1		
		1		
	1		1	1



$Q = \overline{B}.\overline{D} + \overline{B}.D + B.C.\overline{D}$

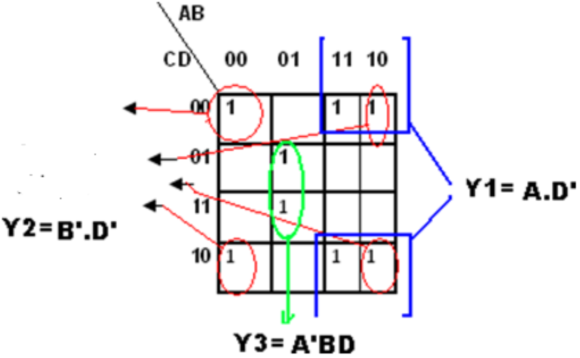


$Q = \overline{B}.\overline{D} + B.C.D$

Aşağıdaki karno haritasının çıkış ifadesini yazınız.

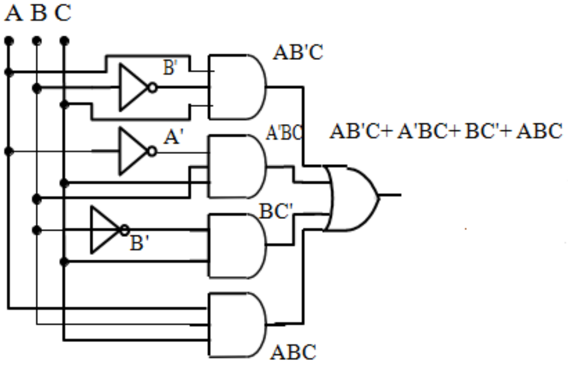
Y

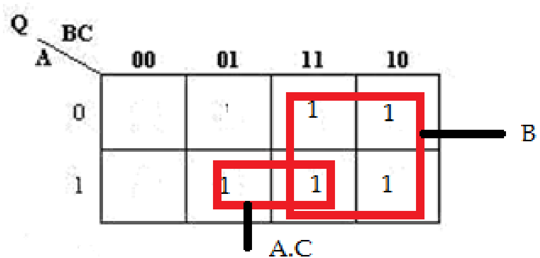
CD \ AB	00	01	11	10
00	1		1	1
01		1		
11		1		
10	1		1	1



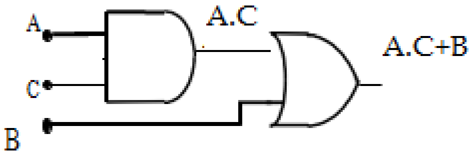
$$Y = A.D' + B'.D' + A'.B.D$$

Örnek: Q = AB'C+A'BC+ ABC+ BC' (BC' .A+ BC'. A')şeklinde verilen fonksiyonu karnough haritası yöntemi ile sadeleştiriniz ve devreleri çiziniz.





Q= A.C + B fonksiyonun sadeleşmiş ifadesi.



KAYNAKÇA

1- BEREKET M. E. TEKİN. Dijital Elektronik, Mavi Kitaplar

2- Bartes Thomas C. Sayısal Bilgisayar Temelleri, MEB Yayınları

3-http://www.alldatasheet.com

4- http://www.megep.meb.gov.tr/

5- YARCI K. Dijital Elektronik, Yüce Yayınları

6-Vikipedia